Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

2° medio

Unidad 0: Matemática - N°5

¡Aprendo sin parar!

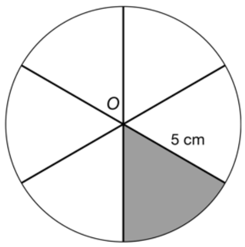
Guía de ejercicios

Estimado estudiante:
Con la siguiente guía, aprenderás a resolver problemas que se relacionan con aplicar las expresiones algebraicas de perímetro y área de sectores y segmentos circulares, a partir de ángulos centrales específicos. Al finalizar, sabrás reconocer el ángulo central y podrás desarrollar la expresión que permita obtener los valores del área y del perímetro.

Objetivo de la clase: Deducir la expresión que permite obtener los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60°, 90°, 120° y 180° por medio de representaciones concretas.

Actividad N°1

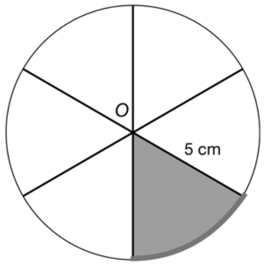
1. Dada la siguiente circunferencia de centro O .

	a) ¿Qué parte del círculo es el sector circular? b) ¿Cuál es la medida del ángulo del centro?

a. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la parte del sector circular relacionada con la medida del ángulo?. Marca con una X la respuesta correcta.

☐ $\frac{360º}{60º}$	☐ $\frac{60º}{360º}$	☐ $\frac{180º}{60º}$

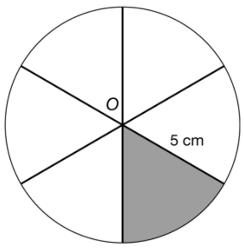
b. Observa el arco de la circunferencia marcado.



¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la longitud del arco de la circunferencia? Marca con X la respuesta correcta.

☐ $\frac{360º}{60º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5cm)$	☐ $\frac{360º}{60º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5cm)^2$	☐ $\frac{60º}{360º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5cm)$	☐ $\frac{60º}{360º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5cm)^2$

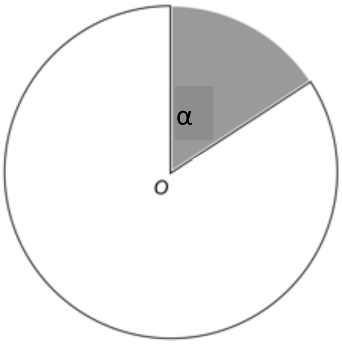
c. En la siguiente circunferencia de centro O se encuentra marcado un sector circular.



¿Cuál de las siguientes representaciones permite calcular el perímetro del sector circular? Marca con una X la respuestac correcta.

☐ $2 \cdot (5\ cm) + \frac{360º}{60º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5cm)$	☐ $2 \cdot (5\ cm) + \frac{60º}{360º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\ cm)$

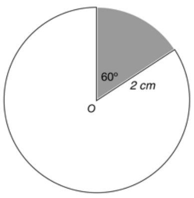
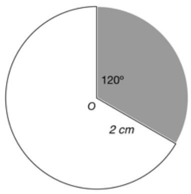
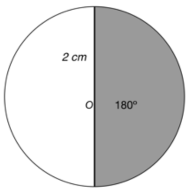
d. En el círculo de centro O.



¿Cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el perímetro del sector circular y el área, considerando que un ángulo cualquiera con medida α?

Actividad N° 2:

1. Dadas las siguientes circunferencias de centro O .

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4
			

a. ¿Cuál es la parte del sector circular que corresponde a cada circunferencia?

Para la figura 1 es	Para la figura 2 es	Para la figura 3 es	Para la figura 4 es
$\frac{60º}{360º}=\frac{1}{6}$	$\frac{90º}{360º}=\frac{1}{4}$		

b. ¿Cuál es el perímetro del sector circular de las figuras 1 y 2?

Para encontrar el perímetro del sector circular de las figuras 1 y 2, debemos utilizar la siguiente expresión algebraica $P_{sector\ circular}=2\cdot r+\frac{\alpha}{360º}\cdot 2\cdot\pi\cdot r$

$$P_{sector\ circular}=2\cdot(2\ cm)+\frac{60º}{360º}\cdot 2\cdot\pi\cdot(2\ cm)$$

$$P_{sector\ circular} = 4\ cm + \frac{1}{6} \cdot 4\pi\ cm$$

$$P_{sector\ circular} = \left(4\ + \frac{2}{3}\pi\right)\ cm$$

El perímetro del sector circular de la figura 2, corresponde a

$$P_{sector\ circular} = 2 \cdot (2\ cm) + \frac{90º}{360º} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (2\ cm)$$

$$P_{sector\ circular} = 4\ cm + \frac{1}{4} \cdot 4\pi\ cm$$

$$P_{sector\ circular} = (4 + \pi)\ cm$$

c. Completa el procedimiento para encontrar el área del sector circular para las figuras 3 y 4.

Para encontrar el área del sector circular de las figuras, tenemos que utilizar la expresión algebraica $A_{sector\ circular} = \frac{\alpha}{360º} \cdot \pi r^2$.

Para la figura 3, el procedimiento es el siguiente:

$$A_{sector\ circular} = \frac{120º}{360º} \cdot \pi(2\ cm)^2$$

$$A_{sector\ circular} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4\ cm^2$$

____

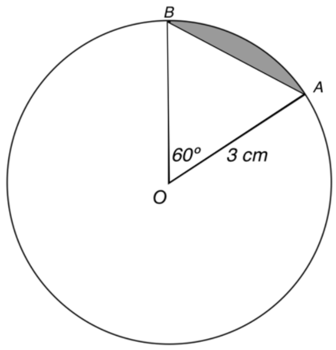
Para la figura 4, el procedimiento es el siguiente:

$$A_{sector\ circular} = \frac{180º}{360º} \cdot \pi(2\ cm)^2$$

$$A_{sector\ circular} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4\ cm^2$$

____

2. Dada la siguiente circunferencia de centro O. Calcular el perímetro del segmento circular.



Para calcular el perímetro del segmento circular debes sumar la longitud del $\widehat{AB}$ más la medida de $\overline{AB}$, es decir, $P_{segmento\ circular} = m(\widehat{AB}) + m(\overline{AB})$.

Considerando la expresión y la información entregada, podremos encontrar el perímetro del segmento circular:

Es importante observar que el triángulo AOB es un triángulo equilátero, por lo tanto, $m(\overline{AB}) = 3\ cm$.

$$P_{segmento\ circular} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot (3\ cm) + 3\ cm.$$

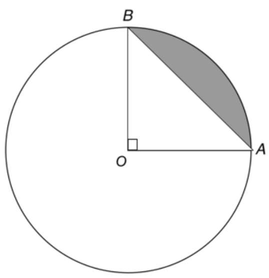
$$P_{segmento\ circular} = \frac{1}{6} \cdot 6\pi\ cm + 3\ cm$$

$$P_{segmento\ circular} = (\pi + 3)\ cm$$

Si consideramos $\pi \approx 3{,}14$, obtenemos que:

$$P_{segmento\ circular} \approx 6{,}14\ cm$$

3. Dada la siguiente circunferencia de centro O y radio 12 cm. Calcular el área del segmento circular. Considera $\pi \approx 3{,}14$.



Para calcular el área del segmento circular, en primer lugar deberás encontrar el área del sector circular.

$$A_{sector\ circular} = \frac{\alpha}{360º} \cdot \pi \cdot r^2$$

Luego, debes analizar el triángulo que conforma el sector circular, en este caso es un triángulo rectángulo isósceles, ya que $\overline{OA} \cong \overline{OB}$ y el ángulo de centro mide 90º.

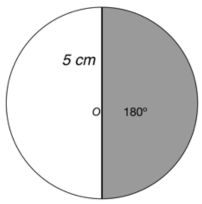
A continuación, se calcula el área del triángulo rectángulo isósceles que es:

Finalmente, el área del segmento circular es:

$$A_{segmento\ circular} = A_{Sector\ circular} - A_{Triángulo\ rectángulo} = \underline{\hspace{4cm}}$$

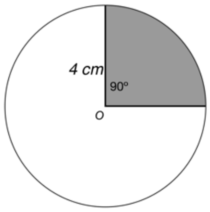
Chequeo de la comprensión

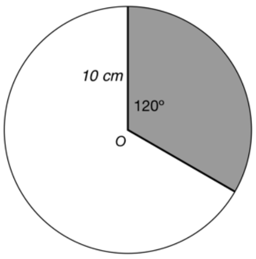
Calcular el perímetro y el área del sector circular. Considerar $\pi \approx 3{,}14$.



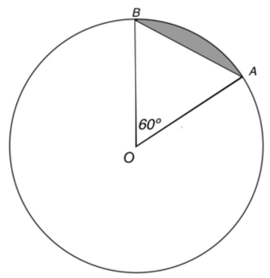
Actividad N° 3: Práctica independiente

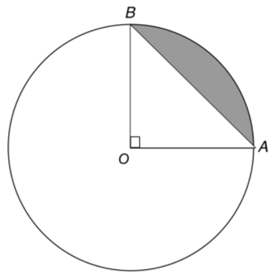
1. Calcular el perímetro y el área de cada sector circular. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

a. 	

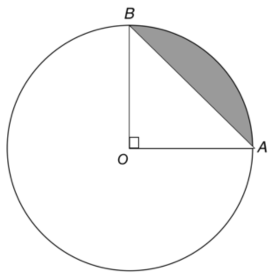
b. 	

2. Calcular el perímetro de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

a.  El radio mide 7 cm	

b.  El radio mide 15 cm	

3. Completar el procedimiento para calcular el área del segmento circular de la siguiente circunferencia de centro O y radio 20 cm.

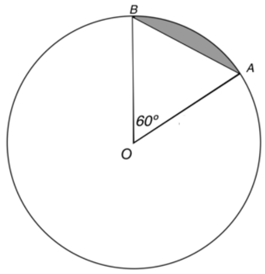


Primer paso	$A_{sector\ circular} =$

Segundo paso	$A_{triángulo\ rectángulo} =$
Tercer paso	$A_{segmento\ circular} =$

Actividad de síntesis (ticket de salida)

Dada la siguiente circunferencia de centro O y radio 12 cm. Verifica si cada afirmación es verdadera, colocando (V) o falsa (F) según corresponda. Justifica las falsas.



a. _______ El triángulo ABO corresponde a un triángulo isósceles.

b. _______ La $m(\overline{AB}) = 12\ cm$

c. _______ El perímetro del segmento circular es $\frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot (12\ cm) + 12\ cm$

d. ______ El área del triángulo ABO es aproximadamente 62,4 cm^2.

e. ______ El área del segmento circular es aproximadamente 12,96 cm^2

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

¡Aprendo sin parar!

2° medio

Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°5