



2° medio

Unidad 0: Matemática - N°5

¡Aprendo sin parar!

Guía de ejercicios

Estimado estudiante:

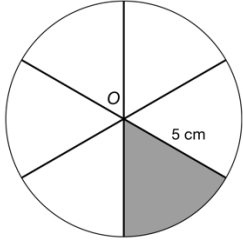
Con la siguiente guía, aprenderás a resolver problemas que se relacionan con aplicar las expresiones algebraicas de perímetro y área de sectores y segmentos circulares, a partir de ángulos centrales específicos. Al finalizar, sabrás reconocer el ángulo central y podrás desarrollar la expresión que permita obtener los valores del área y del perímetro.

Objetivo de la clase: Deducir la expresión que permite obtener los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60° , 90° , 120° y 180° por medio de representaciones concretas.

Soluciones

 **Actividad N°1**

1. Dada la siguiente circunferencia de centro O .

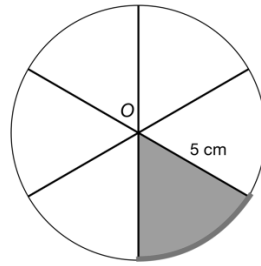
	<p>a) ¿Qué parte del círculo es el sector circular? Respuesta correcta: $\frac{1}{6}$</p> <p>b) ¿Cuál es la medida del ángulo del centro? Respuesta correcta: 60°</p>
---	--

a. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la parte del sector circular relacionada con la medida del ángulo?. Marca con una X la respuesta correcta.

<input type="checkbox"/> $\frac{360^\circ}{60^\circ}$	<input type="checkbox"/> $\frac{60^\circ}{360^\circ}$	<input type="checkbox"/> $\frac{180^\circ}{60^\circ}$
---	---	---

Respuesta correcta: $\frac{60^\circ}{360^\circ}$

b. Observa el arco de la circunferencia marcado.

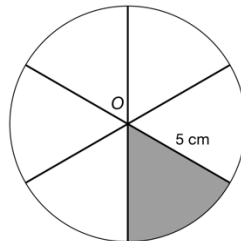


¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la longitud del arco de la circunferencia? Marca con X la respuesta correcta.

<input type="checkbox"/> $\frac{360^\circ}{60^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$	<input type="checkbox"/> $\frac{360^\circ}{60^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})^2$	<input type="checkbox"/> $\frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$	<input type="checkbox"/> $\frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})^2$
---	---	---	---

Respuesta correcta: Es la expresión $\frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$

c. En la siguiente circunferencia de centro O se encuentra marcado un sector circular.



¿Cuál de las siguientes representaciones permite calcular el perímetro del sector circular? Marca con una X la respuesta correcta.

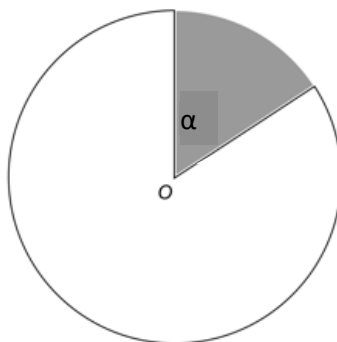
<input type="checkbox"/> $2 \cdot (5\text{cm}) + \frac{360^\circ}{60^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$	<input type="checkbox"/> $2 \cdot (5\text{cm}) + \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$
--	--

Respuesta correcta:

$$2 \cdot (5\text{cm}) + \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5\text{cm})$$

2° medio

d. En el círculo de centro O .

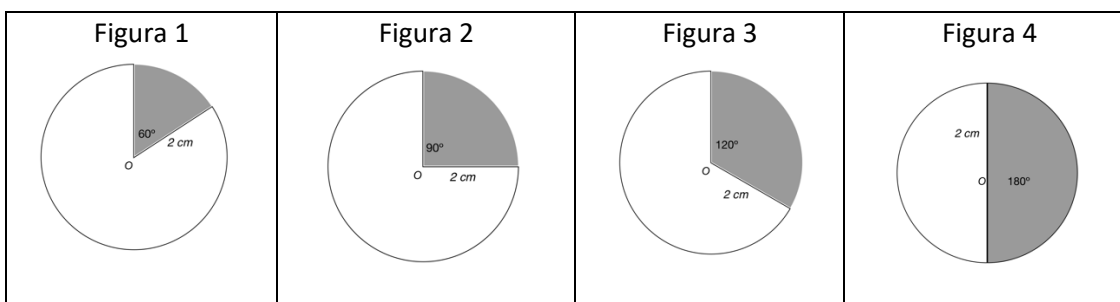


¿Cuál es la expresión algebraica que permite encontrar el perímetro del sector circular y el área, considerando que un ángulo cualquiera con medida α ?

Respuesta correcta: $P_{\text{sector circular}} = 2r + \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$
 $A_{\text{sector circular}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$

 **Actividad N° 2**

1. Dadas las siguientes circunferencias de centro O .



a. ¿Cuál es la parte del sector circular que corresponde a cada circunferencia?

<p>Para la figura 1 es</p> $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$	<p>Para la figura 2 es</p> $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$	<p>Para la figura 3 es</p> <p>Respuesta correcta:</p> $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$	<p>Para la figura 4 es</p> <p>Respuesta correcta:</p> $\frac{180^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2}$
---	---	---	---

b. ¿Cuál es el perímetro del sector circular de las figuras 1 y 2?

Para encontrar el perímetro del sector circular de las figuras 1 y 2, debemos utilizar la siguiente expresión algebraica $P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot r + \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$

$$P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot (2 \text{ cm}) + \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (2 \text{ cm})$$

$$P_{\text{sector circular}} = 4 \text{ cm} + \frac{1}{6} \cdot 4\pi \text{ cm}$$

$$P_{\text{sector circular}} = \left(4 + \frac{2}{3}\pi\right) \text{ cm}$$

El perímetro del sector circular de la figura 2, corresponde a

$$P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot (2 \text{ cm}) + \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (2 \text{ cm})$$

$$P_{\text{sector circular}} = 4 \text{ cm} + \frac{1}{4} \cdot 4\pi \text{ cm}$$

$$P_{\text{sector circular}} = (4 + \pi) \text{ cm}$$

c. Completa el procedimiento para encontrar el área del sector circular para las figuras 3 y 4.

Para encontrar el área del sector circular de las figuras, tenemos que utilizar la expresión algebraica $A_{\text{sector circular}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$.

Para la figura 3, el procedimiento es el siguiente:

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi(2 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm}^2$$

Respuesta correcta: $A_{\text{sector circular}} = \frac{4}{3}\pi \text{ cm}^2$

Para la figura 4, el procedimiento es el siguiente:

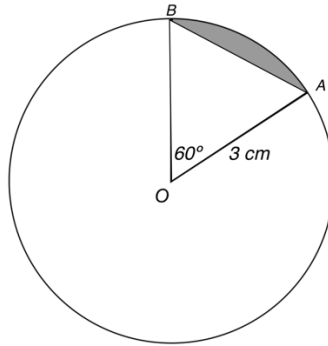
$$A_{\text{sector circular}} = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot \pi(2 \text{ cm})^2$$

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm}^2$$

Respuesta correcta: $A_{\text{sector circular}} = \frac{4}{2}\pi \text{ cm}^2 = 2\pi \text{ cm}^2$

2° medio

2. Dada la siguiente circunferencia de centro O . Calcular el perímetro del segmento circular.



Para calcular el perímetro del segmento circular debes sumar la longitud del \widehat{AB} más la medida de \overline{AB} , es decir, $P_{\text{segmento circular}} = m(\widehat{AB}) + m(\overline{AB})$.

Considerando la expresión y la información entregada, podremos encontrar el perímetro del segmento circular:

Es importante observar que el triángulo AOB es un triángulo equilátero, por lo tanto, $m(\overline{AB}) = 3\text{ cm}$.

$$P_{\text{segmento circular}} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot (3\text{ cm}) + 3\text{ cm}.$$

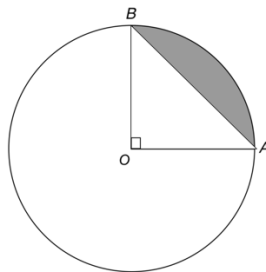
$$P_{\text{segmento circular}} = \frac{1}{6} \cdot 6\pi\text{ cm} + 3\text{ cm}$$

$$P_{\text{segmento circular}} = (\pi + 3)\text{ cm}$$

Si consideramos $\pi \approx 3,14$, obtenemos que:

$$P_{\text{segmento circular}} \approx 6,14\text{ cm}$$

3. Dada la siguiente circunferencia de centro O y radio 12 cm . Calcular el área del segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.



Para calcular el área del segmento circular, en primer lugar deberás encontrar el área del sector circular.

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$$

Respuesta correcta:

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (12 \text{ cm})^2 = \frac{1}{4} \cdot 144\pi \text{ cm}^2 = 36\pi \text{ cm}^2 \approx 113,04 \text{ cm}^2$$

Luego, debes analizar el triángulo que conforma el sector circular, en este caso es un triángulo rectángulo isósceles, ya que $\overline{OA} \cong \overline{OB}$ y el ángulo de centro mide 90° .

A continuación, se calcula el área del triángulo rectángulo isósceles que es:

$$\text{Respuesta correcta: } A_{\text{triángulo rectángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 12}{2} \text{ cm}^2 = 72 \text{ cm}^2$$

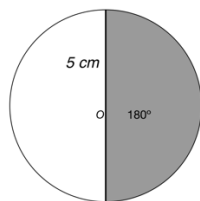
Finalmente, el área del segmento circular es:

$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{Sector circular}} - A_{\text{Triángulo rectángulo}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Respuesta correcta: } A_{\text{segmento circular}} = 113,04 \text{ cm}^2 - 72 \text{ cm}^2 \approx 41,04 \text{ cm}^2$$

Chequeo de la comprensión

Calcular el perímetro y el área del sector circular. Considerar $\pi \approx 3,14$.



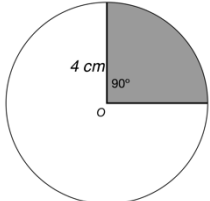
Respuesta correcta:

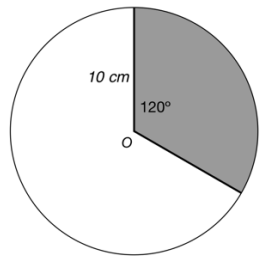
$$P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot (5 \text{ cm}) + \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (5 \text{ cm}) = 10 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot 10\pi \text{ cm} = (10 + 5\pi) \text{ cm} \approx 25,7 \text{ cm}$$

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot \pi (5 \text{ cm})^2 = \frac{1}{2} \cdot 25\pi \text{ cm}^2 = \frac{25}{2} \pi \text{ cm}^2 \approx 39,25 \text{ cm}^2$$

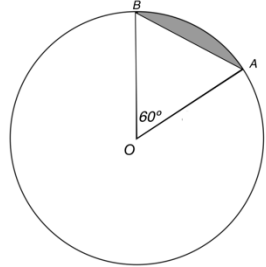

Actividad N° 3: Práctica independiente

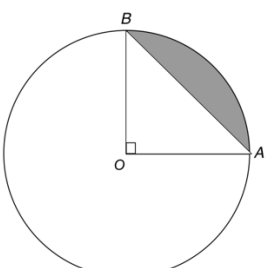
1. Calcular el perímetro y el área de cada sector circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

<p>a.</p> 	<p>Respuesta correcta:</p> $P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot (4 \text{ cm}) + \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (4 \text{ cm})$ $= 8 \text{ cm} + \frac{1}{4} \cdot 8\pi \text{ cm}$ $= (8 + 2\pi) \text{ cm}$ $\approx 14,28 \text{ cm}$ $A_{\text{sector circular}} = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \pi(4 \text{ cm})^2$ $= \frac{1}{4} \cdot 16\pi \text{ cm}^2$ $= 4\pi \text{ cm}^2$ $\approx 12,56 \text{ cm}^2$
---	---

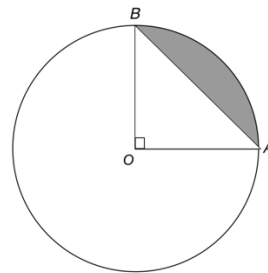
<p>b.</p> 	<p>Respuesta correcta:</p> $P_{\text{sector circular}} = 2 \cdot (10 \text{ cm}) + \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (10 \text{ cm})$ $= 20 \text{ cm} + \frac{1}{3} \cdot 20\pi \text{ cm}$ $= \left(20 + \frac{20}{3}\pi\right) \text{ cm}$ $\approx 40,9\bar{3} \text{ cm}$ $A_{\text{sector circular}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi(10 \text{ cm})^2$ $= \frac{1}{3} \cdot 100\pi \text{ cm}^2$ $= \frac{100}{3}\pi \text{ cm}^2$ $\approx 104,\bar{6} \text{ cm}^2$
---	--

2. Calcular el perímetro de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

<p>a.</p>  <p>El radio mide 7 cm</p>	<p>Respuesta correcta:</p> $P_{\text{segmento circular}} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot (7 \text{ cm}) + 7 \text{ cm}$ $P_{\text{segmento circular}} = \left(\frac{14}{6}\pi + 7\right) \text{ cm}$ $P_{\text{segmento circular}} \approx 14,32\bar{6} \text{ cm}$
---	--

<p>b.</p>  <p>El radio mide 15 cm</p>	<p>Respuesta correcta:</p> $P_{\text{segmento circular}} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot (15 \text{ cm}) + 21,21 \text{ cm}$ $P_{\text{segmento circular}} = \left(\frac{30}{4}\pi + 21,21\right) \text{ cm}$ $P_{\text{segmento circular}} \approx 44,76 \text{ cm}$
---	--

3. Completar el procedimiento para calcular el área del segmento circular de la siguiente circunferencia de centro O y radio 20 cm.



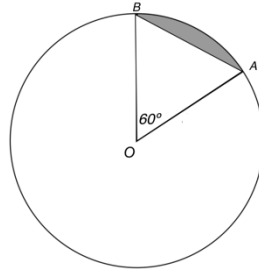
<p>Primer paso</p>	$A_{\text{sector circular}} =$ <p>Respuestas correcta:</p> $A_{\text{sector circular}} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (20 \text{ cm})^2 \approx 314 \text{ cm}^2$
--------------------	--

2° medio

<p>Segundo paso</p>	<p>$A_{\text{triángulo rectángulo}} =$ Respuesta correcta: $A_{\text{triángulo rectángulo}} = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ cm}^2$</p>
<p>Tercer paso</p>	<p>$A_{\text{segmento circular}} =$ Respuesta correcta: $A_{\text{segmento circular}} \approx 314 \text{ cm}^2 - 200 \text{ cm}^2 \approx 114 \text{ cm}^2$</p>

 **Actividad de síntesis (ticket de salida)**

Dada la siguiente circunferencia de centro O y radio 12 cm . Verifica si cada afirmación es verdadera, colocando (V) o falsa (F) según corresponda. Justifica las falsas.



- a. El triángulo ABO corresponde a un triángulo isósceles.
 Respuesta correcta: F, el triángulo ABC corresponde a un triángulo equilátero.
- b. La $m(\overline{AB}) = 12 \text{ cm}$
 Respuesta correcta: V
- c. El perímetro del segmento circular es $\frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot (12 \text{ cm}) + 12 \text{ cm}$
 Respuesta correcta: V
- d. El área del triángulo ABO es aproximadamente $62,4 \text{ cm}^2$.
 Respuesta correcta: V
- e. El área del segmento circular es aproximadamente $12,96 \text{ cm}^2$
 Respuesta correcta: V



¡Aprendo sin parar!

2° medio

Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°5

Soluciones