



4° medio

Unidad 0: Matemática - N°3

¡Aprendo sin parar!

Guía de ejercicios

Estimado estudiante:

Con la siguiente guía, podrás comprender la función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$ adecuando modelos a situaciones en contextos de economía. Al finalizar, habrás descubierto estrategias para reconocer modelos matemáticos como la función cuadrática.

Objetivo de la clase: Identificar características de la función cuadrática, de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde $a \neq 0$, en contextos económicos que involucran la oferta y demanda.

Soluciones

4° medio

Actividad N°1

1. Utilizando tus propias palabras, explica qué entiendes por los siguientes términos:
 - a. **Demanda:** cantidad de bienes o servicios que se solicitan o se desean en un determinado mercado de una economía a un precio específico.
 - b. **Oferta:** cantidad de bienes, productos o servicios que se ofrecen en un mercado bajo unas determinadas condiciones.
2. Lee y reflexiona sobre el siguiente texto:

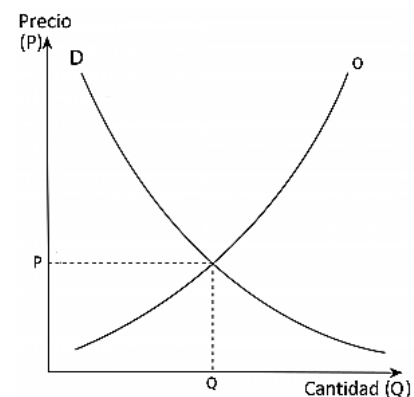
La demanda que un consumidor tiene de un determinado producto o servicio puede estar influenciada por diferentes factores que determinan la cantidad de producto solicitado o demandado o, incluso, si éste tiene demanda o no.

¿Qué factores crees que sean?

Preferencias del consumidor, sus hábitos, la información que tiene sobre el producto o servicio por el cual se muestra interesado, el poder de compra (la capacidad económica del consumidor para pagar por el producto o servicio), la utilidad o bienestar que el bien o servicio le produzca, el precio.

Estos factores pueden cambiar a través del tiempo. En el análisis económico se mantienen constantes todos los factores menos el precio; estableciéndose una relación entre el **precio** y la **cantidad** demandada de un producto o servicio. Esta relación se conoce como la curva de demanda (D) y la relación entre el precio de un bien y la cantidad ofrecida corresponde a la curva de oferta (O) A continuación se presentan ambas curvas.

En los mercados, los compradores reflejan sus deseos en la demanda y los vendedores buscan obtener ganancias al ofrecer productos que los consumidores estén buscando. Esta demanda y oferta permiten determinar los precios con los cuales se intercambian los productos.



¿Por qué piensas que es importante el precio?

El precio establece el nivel de oferta de un determinado bien en un mercado.

¿Qué representan la curva de la oferta y la curva de la demanda?

Como varía la cantidad ofrecida o demandada de un producto o servicio, respectivamente, según varía el precio de ese bien.

¿Qué representa el punto de intersección de ambas gráficas?

El punto de equilibrio del mercado para el producto bajo estudio. En este punto, tanto compradores como vendedores están de acuerdo en la cantidad que se compra o se vende, así como en el precio.

Es importante aclarar que los ejercicios propuestos en la siguiente guía la variable precio (\$) toma valores pequeños para resguardar que la atención este centrada en los conceptos matemáticos y no en el cálculo.

3. Un auditorio tiene una capacidad para contener 1 200 personas. El productor de una obra de teatro estima que si cobra \$30 por localidad, podría contar con 500 espectadores y que por cada \$1 de rebaja podrían asistir 50 personas más. Además afirma que si se usa la máxima capacidad no se obtendrá el máximo ingreso. ¿Estás de acuerdo con la afirmación? Explica.



Actividad N° 2

1. Analiza la siguiente situación y responda las preguntas:

La función $p(q) = 1000 - 2q$ donde p representa el precio por unidad cuando los consumidores demandan q unidades por semana.

- La función $p(q)$ ¿Qué tipo de función es? Representa una función afín
- ¿Cuál es el precio por unidad si la demanda semanal es de 200 unidades? 600
- Si la demanda aumenta ¿qué sucede con la variable precio? De un ejemplo

Si la demanda aumenta a 400 unidades el precio por unidad es de 200, luego si la demanda aumenta, el precio baja.

La función $I(q) = p \cdot q$ representa el ingreso que una empresa percibe por la cantidad q de productos pedidos o demandados.

Luego la función de ingreso según la cantidad de artículos demandados queda dada por

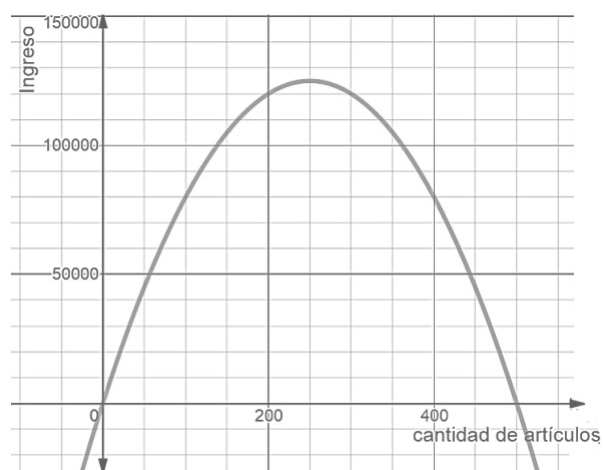
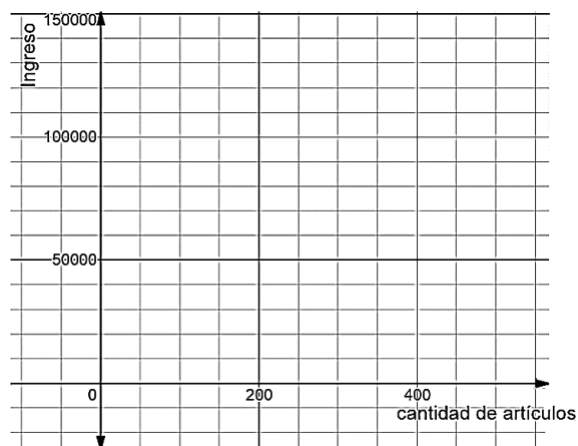
$I(q) = p \cdot q$, pero, sabemos que $p = 1000 - 2q$ luego

$I(q) = (1000 - 2q) \cdot q$

$I(q) = 1000q - 2q^2$

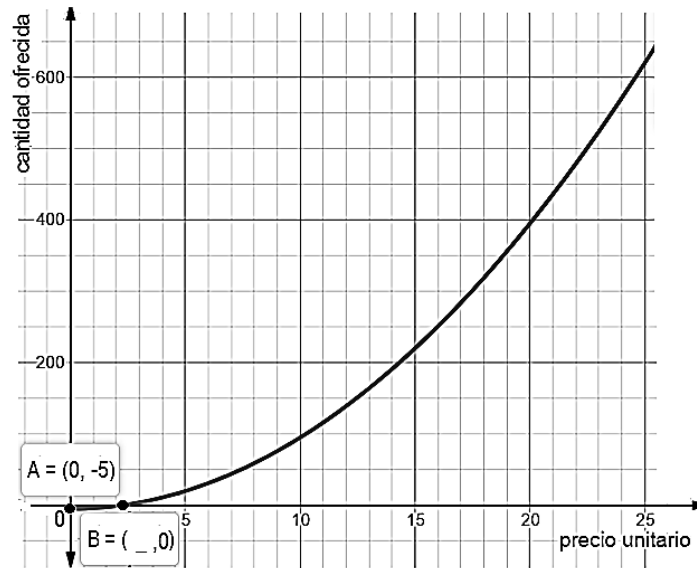
4° medio

- a. En la siguiente cuadrícula grafique la función $I(q)$:



- b. La función $I(q)$ ¿qué tipo de función es lineal, afín o cuadrática? ¿por qué? Función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx$
- c. Determine las coordenadas del vértice sabiendo que $V = \left(\frac{-b}{2a}, I\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (250, 125\ 000)$
- d. Considerando el contexto, ¿qué representan las coordenadas del vértice? El nivel de producción que maximiza el ingreso es de 250 unidades cuyo ingreso máximo es de 1 250 000.

2. La siguiente gráfica representa la cantidad de lentes de sol que los comerciantes están dispuestos a ofrecer a medida que el precio de cada lente sube de valor.



- ¿Cuál es el valor de la abscisa del punto B marcado en el gráfico? $\sqrt{5} \approx 2,236 \dots$ ¿Cómo se puede interpretar este punto según el contexto?
- ¿Cómo puedes interpretar los valores que puede tomar la cantidad ofrecida, cuando el precio de cada lente esta entre 0 y $\sqrt{5}$? Son valores negativos y se puede interpretar como un retiro de los productos que ya estaban ofrecidos.
- ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la función del gráfico?
 - $f(p) = p^2 + 5$
 - $m(p) = p^2 - 5$
 - $n(p) = -p^2$
 - $g(p) = p^2$

Clave b

- d. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan (sugerencia: usa la función del ejercicio anterior).

Precio unitario (p en \$)	5	10	15	20	25	30	35
Cantidad ofrecida (q)	20	95	220	395	620	895	1 220

- e. Según el contexto describe ¿cómo varía la curva que modela la oferta?
La oferta indica que la cantidad ofrecida de un bien aumenta cuando lo hace su precio, es decir, productores tendrán un incentivo mayor para ofrecer sus productos en el mercado, puesto que obtendrán mayores ganancias.

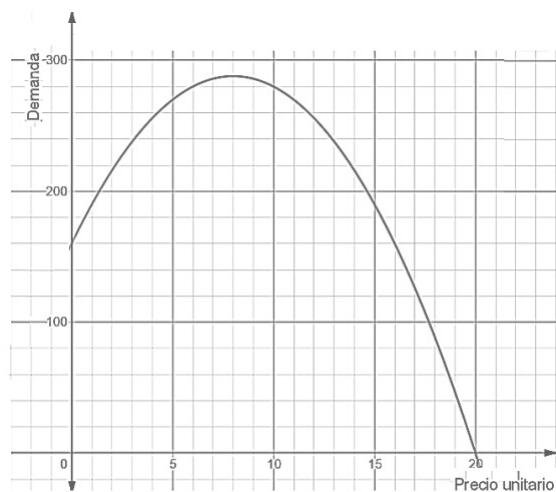
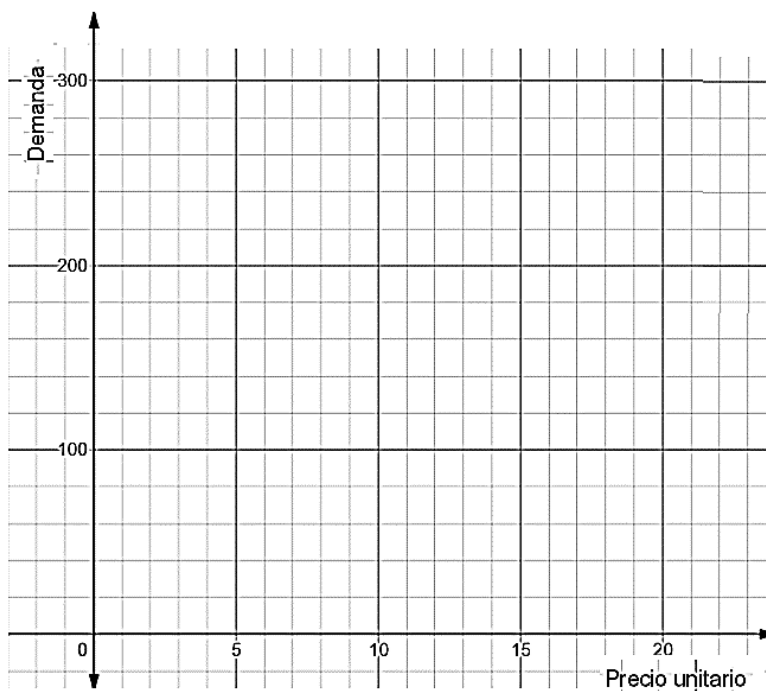
4° medio

Chequeo de la comprensión

La siguiente tabla indica los resultados de una encuesta de opinión aplicada a compradores de un producto, respecto de las cantidades que están dispuestos a solicitar o demandar según los distintos precios:

Precio unitario (p)	0	3	8	10	11	15	20
Cantidad demanda (q)	160	238	288	280	270	190	0

- a. Ubica los puntos en la siguiente cuadrícula considerando que corresponden a una función cuadrática:



- b. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa la función anterior? Fundamenta tu respuesta calculando las coordenadas de los puntos de corte con los ejes coordenados, las coordenadas del vértice de la parábola y su orientación (abierta hacia arriba o hacia abajo)

- a) $n(p) = -2p^2 + 32p + 160$
- b) $f(p) = -2p^2 + 32p - 160$
- c) $m(p) = 2p^2 + 32p + 160$
- d) $h(p) = 2p^2 - 32p + 160$

La respuesta correcta es la opción a

Intersección con los ejes: cuando $f(0) = 160$ luego la curva interseca al eje "y" en el punto $(0, 160)$ y al resolver $0 = -2p^2 + 32p + 160$ obtenemos las intersecciones con el eje "x" en los puntos $(-4, 0)$ y $(20, 0)$

Coordenadas del vértice: Las coordenadas del vértice son $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (8, f(8)) = (8, 288)$

Orientación de la parábola: Por otra parte en la función $f(p)$ tenemos que $a = -2$ lo que indica que se abre hacia abajo por ser un valor negativo.

- c. Según el contexto, ¿cómo puedes interpretar el vértice de la parábola?
Es el punto máximo de la parábola que indica que si el precio del producto es de \$8 la demanda alcanza su valor máximo 288 productos.
- d. Considerando el contexto ¿qué información entrega los puntos de intersección con los ejes coordenados?
El punto $(0, 160)$ se puede interpretar como si el precio del artículo es \$0 la demanda del producto igual existe y tiene un valor de 160. Se puede decir que el producto es necesario en el mercado.
El punto $(20, 0)$ nos indica que el producto no será demandado si el precio supera los \$20.
- e. Según el contexto, ¿cómo varía la curva de la demanda?
Si aumenta el precio del producto la cantidad demandada disminuye solo si el precio del artículo varía entre 0 y 8 unidades monetarias, la demanda irá en aumento.



Actividad N° 3

1. Cuando los demandantes están dispuestos a comprar las mismas unidades que los oferentes quieren fabricar, por el mismo precio, se llama punto de equilibrio.

Dada la función de la oferta $O(p) = p^2 - 5$ y la demanda $D(p) = -2p^2 + 32p + 160$ de un artículo donde p representa el precio del artículo. Determina las coordenadas del punto de equilibrio, es decir, el punto de intersección de ambas funciones y qué información entrega.

Solución:

$$O(p) = D(p)$$

$$p^2 - 5 = -2p^2 + 32p + 160$$

$$3p^2 - 32p - 165 = 0$$

4° medio

$$p = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-165)}}{2 \cdot 3}$$
 de aquí $p_1 = -3,8$ se descarta porque representa un precio negativo

$$p_2 = 14,47 \text{ luego } O(p_2) = 204,25$$

Luego las coordenadas del punto son (14,47 , 204,25) lo que indica que cuando el artículo tenga un precio de \$15 unidades, la demanda del artículo es de 205 unidades.

2. Determina la cantidad y el precio de equilibrio de un producto cuyas funciones de oferta y demanda son: $O(p) = 0,01 p^2 - 100$ y $D(p) = 600 - 1,5p$

Solución:

$$O(p) = D(p)$$

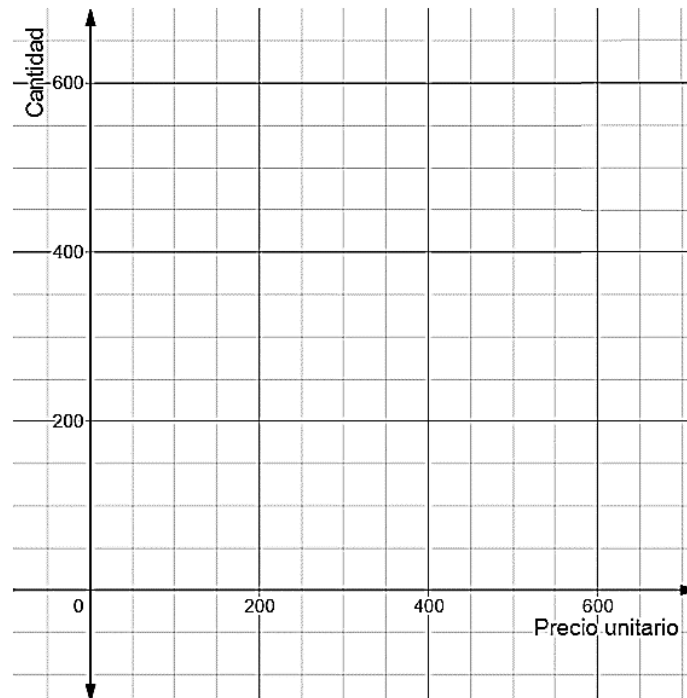
$$0,01 p^2 - 100 = 600 - 1,5p$$

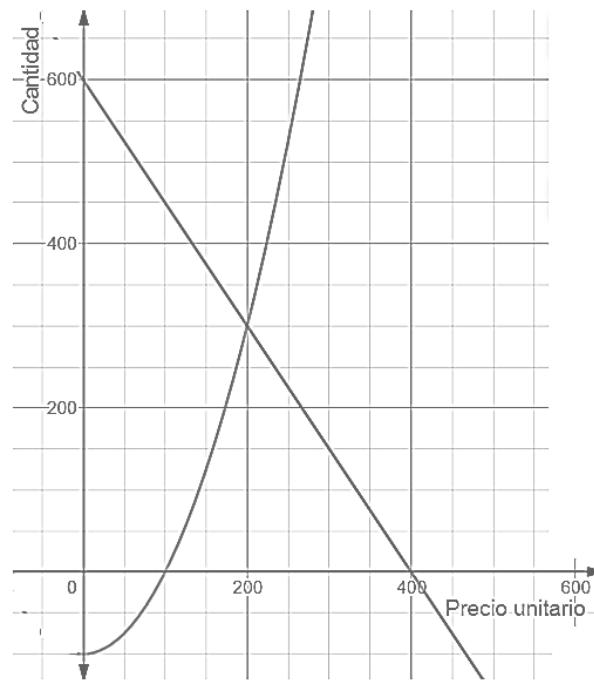
$$0,01 p^2 + 1,5p - 700 = 0$$

$$\text{Luego } p_1 = -350 \text{ (descartada al ser un negativo) } p_2 = 200$$

De donde se desprende que el precio es de 200 y la cantidad es de $D(200) = 300$ unidades

Representa en la siguiente cuadrícula ambas funciones:





3. Determina la cantidad y el precio de equilibrio de un producto si las funciones de oferta y demanda son respectivamente:

$$O(p) = -200 + \frac{1}{4} p^2 \text{ y } D(p) = 1000 - \frac{1}{2} p^2$$

Al resolver la igualdad $O(p) = D(p)$ el precio es de 40 y la cantidad de artículos es de 200

 **Actividad de síntesis**

Un auditorio tiene una capacidad para contener 1 200 personas. El productor de una obra de teatro estima que si cobra \$30 por localidad, podría contar con 500 espectadores y que por cada \$1 de rebaja podrían asistir 50 personas más. Además afirma que si se usa la máxima capacidad no se obtendrá el máximo ingreso.

Para verificar si está en lo correcto el productor, determina las coordenadas del punto máximo considerando que la función de ingreso está dada por $I(x) = -50x^2 + 1000x + 15000$ donde x representa la cantidad de veces que se rebaja el precio.

Luego determina el precio de la entrada y la cantidad de espectadores para alcanzar el máximo de ingreso.

Solución:

Determinamos el vértice de la parábola

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right) = \left(\frac{-1000}{-100}, f\left(\frac{-1000}{-100}\right) \right) = (10, f(10)) = (10, 20\ 000)$$

Luego se debería rebajar en \$10 la entrada de \$30 y se obtendría el ingreso máximo de \$20 000 y se alcanzaría con 20000 (ingreso máximo total) : 20 (valor de la entrada) = 1000 espectadores

4° medio



¡Aprendo sin parar!

4° medio

Guía de ejercicios

Unidad 0: Matemática - N°3

Soluciones